63-osios Lietuvos jaunųjų fizikų olimpiados
III turo užduotys IX klasės mokiniams

1. Iš rapsų žiedyno į avilį pusę kelio bitė skrido 20 km/h greičiu. Pusę likusio laiko kiek pavargusi bitė skrido 15 km/h greičiu, o paskutinę kelio dalį visiškai išvargusi ji skrido jau tik 9 km/h greičiu. Apskaičiuokite vidutinį bitės greitį visame kelyje.

Visą kelią suskirtome į tris dalis: s_1, s_2 ir s_3. Kiekvienoje kelio dalyje nurodome greičius v_1, v_2, v_3 ir pažymime judėjimo laikus t_1, t_2 ir t_3. Sudarome judėjimo kiekviename kelio ruože lygtis:

$$s_1 = v_1 t_1; \tag{1}$$
$$s_2 = v_2 t_2; \tag{2}$$
$$s_3 = v_3 t_3. \tag{3}$$

Užrašome papildomas uždavinio sąlygas:

$$s_1 = s_2 + s_3; \tag{4}$$
$$t_2 = t_3. \tag{5}$$

Vidutinis greitis visame kelyje

$$v_{vid} = \frac{S_1 + S_2 + S_3}{t_1 + t_2 + t_3}. \tag{6}$$

Įrašę 1, 4, 5 lygtis į 6, gauname:

$$v_{vid} = \frac{2 v_1 t_1}{t_1 + 2 t_2}. \tag{7}$$

Įrašę 1, 4, 5 lygtis į 6, gauname:

$$v_{vid} = \frac{2(v_2 t_2 + v_3 t_2)}{t_1 + 2 t_2}. \tag{8}$$

Iš 7 ir 8 lygties randame:

$$t_1 = \frac{t_2 (v_2 + v_3)}{v_1}. \tag{9}$$

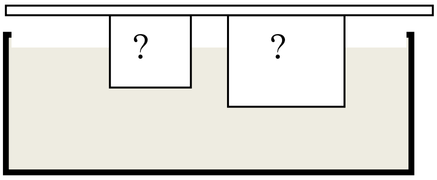
Įrašę 9 lygtį į 7, gauname:

$$v_{vid} = \frac{2 v_1 (v_2 + v_3)}{2 v_1 + v_2 + v_3}. \tag{10}$$

Apskaičiuojame vidutinį bitės greitį visame kelyje

$$\boldsymbol{v_{vid} = 15\ \mathrm{km/h}.}$$

2. Du kubo formos indai, kurių kraštinės ilgiai a_1 = 5 cm ir a_2 = 10 cm, plūduriuoja vandenyje. Ant indų uždedama nesvari lazdelė. Į kurį indą ir kiek vandens reikia įpilti, kad lazdelė laikytųsi gulsčiai? Indų masės m_1 = 25 g, m_2 = 50 g, vandens tankis $\rho = 10^3$ kg/m^3.



Indą vandenyje veikia Achimedo ir sunkio jėgos. Užrašome pusiausvyros sąlygas:

$$F_{A1} = m_1 \text{ g}, \qquad \rho \text{ g } V_1 = m_1 \text{ g}, \qquad \rho \text{ g } a_1^2 h_1 = m_1 \text{ g},$$
$$F_{A2} = m_2 \text{ g}, \qquad \rho \text{ g } V_2 = m_2 \text{ g}, \qquad \rho \text{ g } a_2^2 h_2 = m_2 \text{ g};$$

čia h_1 ir h_2 pirmojo ir antrojo indo panirimo vandenyje gylis.
Išreiškiame h_1 ir h_2 :

$$h_1 = \frac{m_1}{\rho\, a_1^2}$$

ir

$$h_2 = \frac{m_2}{\rho\, a_2^2}.$$

Iš vandens iškilusi pirmojo indo dalis ℓ_1, antrojo - ℓ_2:

$$\ell_1 = a_1 - h_1 = a_1 - \frac{m_1}{\rho\, a_1^2},$$
$$\ell_2 = a_2 - h_2 = a_2 - \frac{m_2}{\rho\, a_2^2}.$$

Apskaičiuojame: ℓ_1 = 0,04 m = 4 cm; ℓ_2 = 0,095 m = 9,5 cm.
Kadangi $\ell_2 > \ell_1$, tai **vandenį reikia pilti į antrąjį kubą.**
Norint, kad lazdelė laikytųsi gulsčiai, turi būti išlaikyta sąlyga $\ell_1 = \ell_2$.
Apskaičiuojame, kiek vandens reikia įpilti į indą:

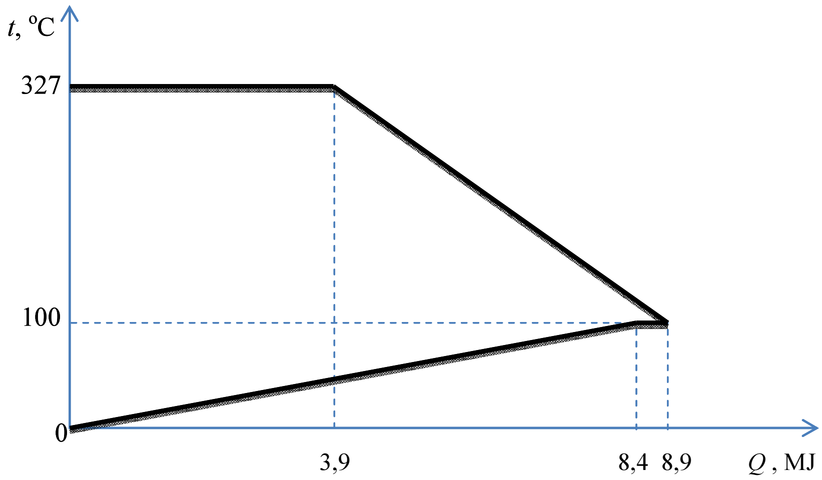
$$m = \rho\, V = \rho\, a_2^2\, \Delta\ell,$$

čia $\Delta\ell = \ell_2 - \ell_1$ – indų kraštinių, iškilusių iš vandens, aukščių skirtumas.

$$m = \rho\, a_2^2\, (\ell_2 - \ell_1) = \rho a_2^2 \left(a_2 - \frac{m_2}{\rho a_2^2} - a_1 + \frac{m_1}{\rho\, a_1^2}\right).$$

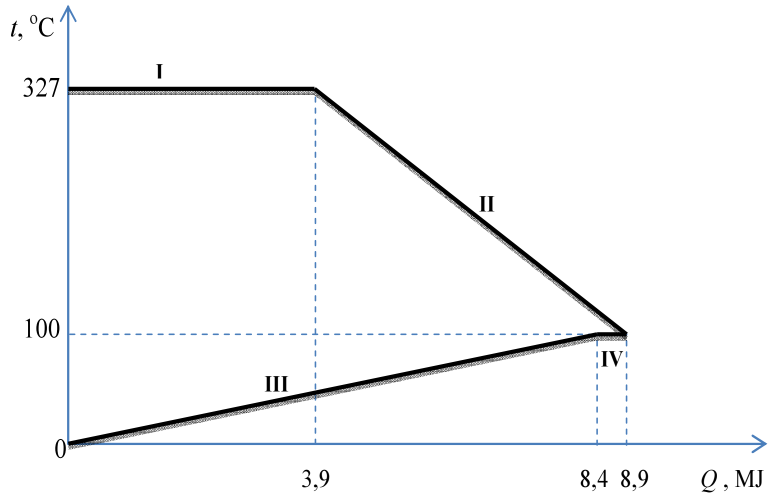
Vandens reikia įpilti į antrąjį kubą *m* = 0,55 kg = 550 g.

3. Į 0 °C temperatūros vandenį įpylė išlydytą lydymosi temperatūros šviną. Vanduo užvirė ir dalis jo išgaravo. Paveiksle pavaizduotas švino ir vandens temperatūros priklausomybės nuo jų vidinės energijos pokyčio (atiduoto ir gauto šilumos kiekio) grafikas. Naudodamiesi grafiku, nustatykite viso ir išgaravusio vandens bei švino masę.



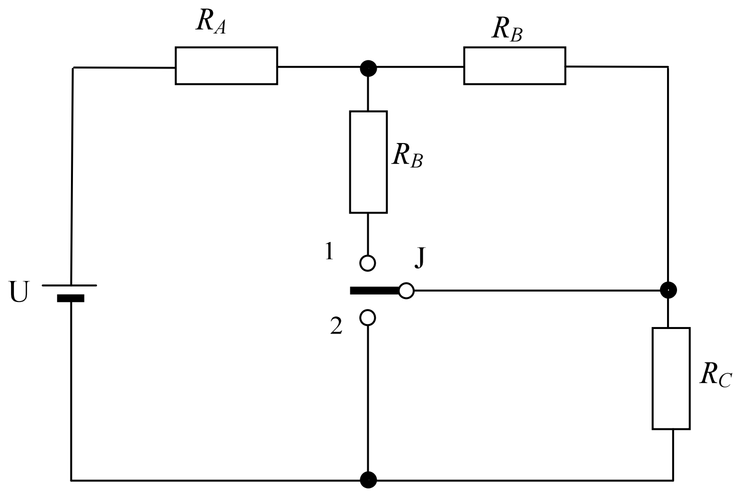
Vandens savitoji šiluma $c_v = 4{,}2 \cdot 10^3$ J/(kg·°C), švino savitoji šiluma $c_š = 141$ J/(kg·°C), vandens savitoji garavimo šiluma $L = 2{,}3 \cdot 10^6$ J/kg, švino savitoji lydymosi šiluma $\lambda = 2{,}5 \cdot 10^4$ J/kg.

I ir II grafiko dalys vaizduoja švino temperatūros priklausomybę nuo atiduoto šilumos kiekio, jam kietėjant ir vėstant.
III ir IV grafiko dalys atitinka sunaudotą (gautą) šilumos kiekį vandeniui užvirinti ir jo daliai išgarinti.



Kietėdamas 327 °C temperatūroje švinas atidavė $Q_I = \lambda m_š$ šilumos kiekį.
Atvėsdamas nuo 327 °C iki 100 °C švinas atidavė $Q_{II} = c_š\, m_š(t_š - t_v)$.
Iš grafiko
$Q_I = 3{,}9$ MJ;
$Q_{II} = (8{,}9 - 3{,}9)$ MJ $= 5$ MJ.
$t_š = 327$ °C, $t_v = 100$ °C.
Apskaičiuojame švino masę:
$\boldsymbol{m_š = Q_I / \lambda}$. $\boldsymbol{m_š = 156}$ **kg.**
Arba
$\boldsymbol{m_š = Q_{II} / (c_š\, (t_š - t_v))}$. $\boldsymbol{m_š = 156}$ **kg.**
Vandeniui užvirinti buvo sunaudotas $Q_{III} = c_v\, m_v(t_v - t_0)$ šilumos kiekis; daliai vandens išgarinti – $Q_{IV} = L\, m_{v1}$.
Iš grafiko $Q_{III} = 8{,}4$ MJ $t_v = 100$ °C , $t_0 = 0$ °C . $Q_{IV} = 0{,}5$ MJ.
Apskaičiuojame viso vandens masę:
$\boldsymbol{m_v = Q_{III} / (c_v\, (t_v - t_0))}$. $\boldsymbol{m_v = 20}$ **kg.**
Apskaičiuojame išgaravusio vandens masę:
$\boldsymbol{m_{v1} = Q_{IV}/L}$. $\boldsymbol{m_{v1} = 0{,}22}$ **kg.**

4. Prie U = 6 V įtampos šaltinio prijungta grandinė pavaizduota paveiksle. Kai jungiklis J neįjungtas, grandine teka 1 mA srovė. Įjungus jungiklį J į 1 padėtį srovė grandinėje padidėja iki 1,2 mA. Kai jungiklis J yra 2 padėtyje srovė grandinėje yra 2 mA. Apskaičiuokite grandinės varžas R_A, R_B, R_C.



Kai jungiklis neįjungtas, srovė
I_N = 1mA ir grandinės pilnutinė varža:

$$R_N = R_A + R_B + R_C. \tag{1}$$

Įjungus jungiklį į 1 padėtį, srovė I_1 = 1,2 mA, o grandinės pilnutinė varža:

$$R_1 = R_A + R_C + \frac{R_B}{2}, \tag{2}$$

kadangi tokiu atveju varžos R_B yra sujungtos lygiagrečiai.
Įjungus jungiklį į 2 padėtį, srovė I_2 = 2 mA, o grandinės pilnutinė varža:

$$R_2 = R_A + R_B, \tag{3}$$

kadangi tokiu atveju srovė per varžą R_C neteka.
Užrašę Omo dėsnį visais trimis atvejais, gauname tris lygtis:

$$R_A + R_B = \frac{U}{I_2}, \qquad R_A + R_B + R_C = \frac{U}{I_N}, \qquad R_A + R_C + \frac{R_B}{2} = \frac{U}{I_1}. \tag{4}$$

Išsprendę šias lygtis gauname, kad:

$$R_A = 1\,\text{k}\Omega, \quad R_B = 2\,\text{k}\Omega, \quad R_C = 3\,\text{k}\Omega\,.$$